

上海财经大学 外国留学生本科入学文化考试

数学(样题)

考生注意:

1. 本试卷共 3 页, 满分 120 分。考试时间 90 分钟。全卷包括三大题, 第一大题为选择题, 第二大题为填空题, 第三大题为解答题。

2. 答卷前, 考生务必用黑色钢笔或圆珠笔将准考证号、中文名、护照名和国籍填写在试卷和答题纸指定的位置, 注意填写内容不得超过密封线。

3. 考生应用黑色钢笔或圆珠笔将答案直接写在答题纸上, 除作图可以使用铅笔外, 用铅笔或其它颜色字迹笔答题一律不得分。

一、选择题(每题 4 分, 共 40 分。每题的四个选项中只有一个是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则 $A \cup B =$ ()。

- (A) $\{1, 2, 3\}$ (B) $\{1, 2\}$ (C) $\{3\}$ (D) $\emptyset$

2. 计算: $\sin 330^\circ =$ ()。

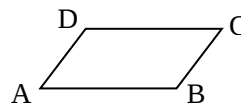
- (A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 双曲线 $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的焦距为 ()。

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6

4. 如图, $ABCD$ 是平行四边形。下列结论中, 错误的是 ()。

- (A) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (B) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$
(C) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ (D) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$



5. 已知复数 $z = 3 - 4i$, 其中 i 为虚数单位, 则 $\frac{\bar{z}}{|z|} =$ ()。

- (A) $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$ (B) $-\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$ (C) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$ (D) $-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$

6. 下列函数中，在区间 $(-\infty, 0)$ 上为增函数的是 () .

- (A) $y=1$ (B) $y=2-x$ (C) $y=\frac{x+1}{x}$ (D) $y=-x^2+2x+1$

7. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ，前 n 项和为 S_n ，若 $a_1=1$ ，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2+2n}=3$ ，则 $d=$ () .

- (A) 6 (B) 4 (C) 3 (D) 2

8. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$ ，则 “ $a > b$ ” 是 “ $ac^2 > bc^2$ ” 的 () .

- (A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件
(C) 充要条件 (D) 既非充分又非必要条件

9. 电影院安排从 5 部不同的新片中任选 3 部在同一天放映，上午、下午、晚上各放映 1 部，则不同的排片方法数为 () .

- (A) 180 (B) 90 (C) 60 (D) 10

10. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 A 的坐标为 $(2, 1)$ ，顶点 B 、 C 分别在直线 $y=0$ 和 $y=x$ 上，则 $\triangle ABC$ 周长的最小值是 () .

- (A) $\sqrt{6}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{10}$ (D) $2\sqrt{3}$

二、填空题（每题 5 分，共 30 分）

11. 圆 $x^2+2x+y^2-4y=3$ 的半径 $r=$ _____.

12. 经过点 $M(-2, 5)$ ，且与直线 $x-y=0$ 垂直的直线的方程为_____.

13. 某批产品共 10 件，其中 3 件是次品. 从这批产品中任取 2 件，则取到的全是次品的概率是_____.

14. $\triangle ABC$ 中，已知 $AB=6$ ， $\angle ABC=45^\circ$ ， $\angle BAC=105^\circ$ ，则 $AC=$ _____.

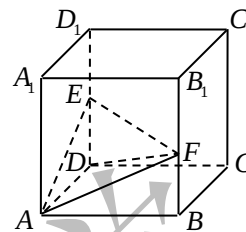
15. 设 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ，且 $\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，则 $x=$ _____.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1=1$ ， $a_2=2$ ， $a_{n+2}=2a_n$ ($n \in \mathbf{N}^*$) . 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，则 $S_{2019}=$ _____.

三、解答题（本大题共有 4 题，满分 50 分。写出文字说明、推理演算过程）

17.（本题满分 12 分）本题共有 2 个小题，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 6 分。

如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=6$ ，点 E 是棱 DD_1 的中点，点 F 在棱 BB_1 上， $BF=2$ 。求：



(1) 异面直线 AF 与 C_1D_1 所成的角的大小；

(2) 四面体 $F-ADE$ 的体积。

18.（本题满分 12 分）本题共有 2 个小题，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 6 分。

已知函数 $f(x) = \log_2 \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$ 。

(1) 判断 $f(x)$ 的奇偶性，并说明理由；

(2) 判断 $f(x)$ 是否存在反函数，并说明理由。

19.（本题满分 12 分）本题共有 2 个小题，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 6 分。

在数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_1=1$ ， $a_{n+3}=a_n$ ($n \in \mathbf{N}^*$)。

(1) 若 $2a_2+a_3=12$ ， $a_2+a_4+a_6=10$ ，求 a_2 及 a_3 的值；

(2) 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，求使得数列 $\{S_n\}$ 是等差数列的 $\{a_n\}$ 的通项公式。

20.（本题满分 14 分）本题共有 2 个小题，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分。

设椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)， F 为 Γ 的左焦点。已知点 $P\left(-1, \frac{3}{2}\right)$ 在 Γ 上，且

$PF \perp x$ 轴。

(1) 求 Γ 的方程；

(2) 若 Q 是 Γ 上的动点，记 $\lambda = \frac{|OQ|}{|FQ|}$ ，求 λ 的取值范围。